



Problemas Matemáticas II

(GRUPO A. Prof. Rafael Lahoz Beltrá)

DEPT. MATEMATICA APLICADA (BIOMATEMATICA). FACULTAD DE BIOLOGIA, UCM

Serie 5. Inferencia estadística. Estimación y contrastes.

1. De una población normal con varianza conocida $\sigma^2 = 2,34$ se extrae una muestra aleatoria de tamaño $n=15$ con $\bar{x} = 8,65$. Construir un intervalo de confianza al 95% para el valor medio de la población.
2. El contenido en glucosa de 6 frutos tomados al azar es 10,2 10,4 9,8 10,8 10,2 y 9,6. Asumiendo que la variable tiene distribución normal obtener el intervalo de confianza al 95% para la cantidad media de glucosa.
3. Un geólogo realiza una investigación tomando una muestra aleatoria de la población en estudio obteniendo los siguientes datos en centímetros:

163 167 178 165 180 168 167 164 163 159 158 165 167 165 157 178 191 176
175 158 178 180 170 176 165 167 178 185 165 168 169 190 180 170 171 167

Se pide (a) hacer una estimación puntual de la media y varianza de la población. (b) ¿Qué modelo de probabilidad debería adoptarse para la variable aleatoria media muestral \bar{X} ? ¿cuál es la media y varianza de \bar{X} ? (c) Establecer un intervalo de confianza al 90% para la media poblacional.

4. Un investigador desea realizar un estudio sobre el efecto de cierta edificación en el terreno. Su hipótesis es que la presión media que ejerce dicha edificación sobre el terreno es superior en 18 unidades. En una muestra con datos obtenidos en 36 situaciones similares la presión sobre el terreno tuvo un valor medio de 18,5 y una desviación típica muestral de 3,6. Adoptando esta desviación típica como la que corresponde a la población ¿se aceptaría la hipótesis del investigador?
5. Un grupo de investigadores considera que la vida media de los fumadores que consumen diariamente entre 30 y 40 cigarrillos es superior a 69 años. Considerando los siguientes datos muestrales extraídos del censo de fallecimiento durante un mes, y referidos a la edad en que fallecen individuos fumadores:

70, 69, 72, 74, 70, 69, 75, 76, 79, 70, 71, 73, 72, 70, 75, 74, 73, 72, 78, 73

Establecer un contraste de hipótesis adoptando para la región crítica un tamaño de 0,01 ¿Qué concluiremos?

6. Supóngase que en un estudio sobre la potabilidad del agua mineral procedente de un manantial se sabe que una concentración media igual o superior a 0,1 unidades de un cierto contaminante hacen que el agua no sea apta para el consumo humano, resultando apta con concentraciones inferiores a 0,1. Se quiere hacer un estudio para determinar si una partida de botellas de agua mineral es o no apta para el consumo. Se toma una muestra de tamaño 150 obteniéndose $\bar{x}=0,08$ y $s=0,2$. Formular un contraste de hipótesis que permita adoptar la decisión más conveniente.
7. En un estudio geoestadístico se sabe que la desviación típica de una variable es 2,4. Para una muestra de 36 observaciones se obtuvo un valor medio de 5,6 ¿Sirven estos datos para confirmar la hipótesis de que la media fue de 6 con un nivel de confianza del 95%?
8. Un geólogo ha pronosticado que en una determinada región la posibilidad de encontrar un cierto mineral con interés industrial es como mínimo del 40%. Se elige una muestra aleatoria de 200 localizaciones encontrándose dicho mineral en 125 de ellas. Determinar con un nivel de significación del 1% si se puede admitir o no dicho pronóstico.
9. Una marca afirma que como máximo el 6% de sus GPS topográficos están defectuosos. Se eligieron 300 aparatos al azar y se detectaron 21 defectuosos. Adoptando un nivel de significación del 1% ¿qué concluiremos?
10. En un estudio de control de calidad se comparan dos medidores digitales utilizados para la medición de la concentración del hierro disuelto. Se estudiaron 100 medidas hechas con un primer medidor A obteniéndose que el 71% no tenían errores y 90 medidas con un segundo medidor B comprobándose que el 64,4% tampoco tenían errores. Adoptando un nivel de significación del 5% ¿existen o no diferencias significativas entre las medidas efectuadas con los dos medidores? ¿qué concluiremos?
11. Supóngase que deseamos comparar el pH de dos suelos alcalinos cuya alcalinidad se debe a la presencia de Na_2CO_3 . Se sabe que la abundancia de carbonatos se debe a diferentes causas. En este estudio se seleccionó un tipo de suelo, *suelo-1* ($\bar{x}=12,52$, $s=0,338$ y $n=14$), procediendo el carbonato de sodio de la descomposición de los minerales. En el otro suelo seleccionado, *suelo-2* ($\bar{x}=13,45$, $s=0,409$ y $n=6$), se sabe que la abundancia de carbonatos es el resultado de sucesivas inundaciones acaecidas en dicha región. Asumiendo diferentes casos con respecto a las varianzas (a) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ y (b) $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ¿existen diferencias significativas en el pH entre las dos clases de suelos estudiados?



Problemas Matemáticas II

(GRUPO A. Prof. Rafael Lahoz Beltrá)

DEPT. MATEMATICA APLICADA (BIOMATEMATICA). FACULTAD DE BIOLOGIA, UCM

Serie 6. Inferencia estadística. Estimación y contrastes (continuación).

1. Sea X una variable aleatoria con distribución normal ¿Qué distribución muestral sigue en cada uno de los casos los siguientes estadísticos:

$$(a) \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad (b) \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \text{ con } n > 30 \quad (c) \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} \text{ con } n < 30 \quad (d) (n-1) \frac{s^2}{\sigma^2}$$

2. En un estudio se conoce la varianza poblacional $\sigma^2 = 100$ deseándose construir un intervalo de confianza para la media poblacional. Con un nivel de confianza del 95% ¿cuál deberá ser el tamaño muestral si queremos cometer un error de estimación de 1,2 unidades.
3. Un geólogo cree que en una región la probabilidad p de encontrar una cierta roca es aproximadamente 0,6. Supóngase que desea estimar dicha probabilidad, es decir p , siendo el error de estimación inferior a 0,04. Con este fin sobre un mapa divide la región en estudio en cuadrículas. Con un nivel de confianza del 90% ¿cuál será el tamaño muestral (número de cuadrículas)?
4. El geólogo del experimento anterior registra los tiempos (en años) necesarios para que la erosión causada por aguas superficiales en la región sea visible: 5, 7, 6, 1, 2, 4, 7, 8, 6, 4. Para un nivel de confianza del 90% construya un intervalo de confianza para la media poblacional.
5. En 100 medidas tomadas con un instrumento de mediciones geomorfológicas se sabe que la desviación típica es de 6 unidades. Sabiendo que con un nivel de confianza del 90% el valor de $\chi^2_{\alpha/2, n-1}$ es 124 y de $\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}$ igual a 77 construir un intervalo de confianza para la varianza poblacional.
6. En un estudio sobre la resistencia de dos terrenos, terreno-A y terreno-B, en los que se utilizó el Martillo de Schmidt para tales mediciones se realizaron 33 mediciones en el terreno-A y 27 en el terreno-B, obteniéndose a continuación los siguientes valores: $\bar{x}_A = 8,7$, $s_A^2 = 1,02$; $\bar{x}_B = 10,9$, $s_B^2 = 1,73$ ¿qué estadístico utilizaremos en los análisis? Sí obtenemos el siguiente intervalo de confianza $-2,804 < \mu_1 - \mu_2 < -1,596$ ¿qué concluiremos?
7. En un laboratorio de control de calidad se compara la vida media (en horas) de una lámpara fabricada por dos procedimientos alternativos, y a los que

llamaremos método-A y método-B. Se estudiaron 12 y 11 lámparas fabricadas por cada uno de estos métodos, estimándose una vida media de 1400 y 1500 horas respectivamente siendo las desviaciones típicas $s_A=30$ y $s_B=17$. Si deseáramos realizar un contraste de hipótesis para las vidas medias ¿qué estadístico utilizaríamos?¿por qué? En el supuesto de que no hubiera diferencias significativas entre las varianzas ¿cuál sería la varianza común?

8. Supóngase un experimento en el que a partir de los datos obtenidos ($n=18$) obtenemos $\bar{x}=19$ y $s=7$. Sabiendo que μ es 14 realice un contraste de hipótesis utilizando en dicho contraste un nivel de confianza del 95%.
9. Un equipo de geólogos estudia el contenido medio en silicatos de una roca presente en dos regiones geográficas alejadas entre sí. Una vez en el laboratorio analizaron 6 y 5 ejemplares procedentes de cada una de las regiones, obteniendo un contenido medio en silicatos (\bar{x}) de 12 y 15 g respectivamente. Sabiendo que las varianzas muestrales fueron idénticas e igual a 16 ¿qué contraste de hipótesis realizarían estos geólogos a fin de evaluar que región contiene rocas con menor contenido en silicio?¿qué estadístico utilizaría Statgraphics?
10. Se quiere comparar dos poblaciones de fósiles aisladas geográficamente. Se toman al azar dos muestras de fósiles de ambas poblaciones y se mide en cada ejemplar la longitud (en mm) de un apéndice característico de esa especie:

$\bar{x}_1 = 74$	$\bar{x}_2 = 78$
$s_1^2 = 225$	$s_2^2 = 169$
$n_1=42$	$n_2=56$

¿existen diferencias significativas? En el curso de la evolución ¿ha tenido algún efecto sobre dicho apéndice el aislamiento geográfico de esta especie fósil?

11. Se estudia la cristalización en una muestra de 100 ejemplares de un cierto mineral obteniéndose que 18 presentan alguna imperfección en algunas de sus caras. Según un estudio cristalográfico realizado años atrás el número de ejemplares con alguna imperfección en los cristales es del 23% ¿qué concluiremos?
12. En un contraste de hipótesis ¿cuál es el *significado estadístico* de cada una de las de las situaciones (A, B, C y D) que se muestran a continuación?¿qué *le interesa* a la Ciencia?¿*dónde* (H_0 , H_A) es más conveniente para un científico *colocar* la conjetura que quisiera demostrar? Razone las respuestas.

	VERDADERO H_0	FALSO H_0
ACEPTAR H_0	(A)	(C)
RECHAZAR H_0	(B)	(D)



Problemas Matemáticas II

(GRUPO A. Prof. Rafael Lahoz Beltrá)

DEPT. MATEMATICA APLICADA (BIOMATEMATICA). FACULTAD DE BIOLOGIA, UCM

Serie 7. Inferencia estadística. Estimación y contrastes (III).

1. Se ha tomado una muestra de los precios de un mismo producto en 16 comercios elegidos al azar en una ciudad, y se han encontrado los siguientes precios: 95, 108, 97, 112, 99, 106, 105, 100, 99, 98, 104, 110, 107, 111, 103, 110. Suponiendo que los precios de este producto se distribuyen según una ley normal con $\sigma^2=25$ y μ desconocida: (1.1) Realice una estimación puntual del precio medio y (1.2) obtenga un intervalo de confianza para el precio medio en la población.
2. Supóngase que “oye” las siguientes afirmaciones:
 - 2.1. “un geólogo especialista en rocas magmáticas afirma que el porcentaje de sílice en el granito es superior al 66%”
 - 2.2. “en un estudio que hemos realizado con 65 ejemplares de periotita hemos observado que el porcentaje de sílice es aproximadamente un 38%, siendo inferior al 45% que es el valor establecido para esta roca”
 - 2.3. “un estudio determina que una roca es apta para la construcción de edificios si su contenido en SiO_2 es superior al 70%”

Escriba cada afirmación o conjetura como una hipótesis estadística tal que si se realizara un contraste de hipótesis ¿dónde la ubicaría? ¿cómo hipótesis nula H_0 ? ¿alternativa H_A ? Razone las respuestas.

3. Una empresa de prospección de recursos naturales realiza un prueba de selección de personal en la que se mide el tiempo medio que tardan 25 geólogos en realizar una cierta tarea, siendo igual a 5,2 minutos. Sabiendo que el tiempo medio es una v.a. con distribución $N(\mu, 0,5)$ obtener un intervalo de confianza para el tiempo medio de la población definida por los “geólogos españoles” ¿cuántos geólogos deberíamos seleccionar en este estudio si se desea tener un error de medio minuto en la estimación del tiempo medio?
4. En un contraste de hipótesis ¿de qué factores depende su “sensibilidad” para detectar diferencias significativas entre dos grupos? Razone la respuesta.